Conference: Interdisciplinary Congress of Renewable Energies, Industrial Maintenance, Mechatronics and Information Technology

BOOKLET

RENIECYT
Registro Nacional de Instituciones y Empresas Científicas y Tecnológicas
1702902 CONACYT

RENIECYT - LATINDEX - Research Gate - DULCINEA - CLASE - Sudoc - HISPANA - SHERPA UNIVERSIA - E-Revistas - Google Scholar
DOI - REDIB - Mendeley - DIALNET - ROAD - ORCID

Title: Caracterización de usos de las nociones trigonométricas en la Ingeniería Mecatrónica desde la Matemática Educativa.

Authors: TORRES-CORRALES, Diana del Carmen y MONTIEL-ESPINOSA, Gisela.

Editorial label ECORFAN: 607-8695
BCIERMMI Control Number: 2019-045
BCIERMMI Classification (2019): 241019-045

Pages: 11
RNA: 03-2010-032610115700-14

1. Introducción

Proyecto doctoral en Matemática Educativa, que desde la Teoría Socioepistemológica (TS) se planteó la pregunta de investigación: *¿qué usos de las nociones trigonométricas se dan en la Ingeniería Mecatrónica cuando los estudiantes resuelven problemas de la Robótica?*, y emplea el Método Etnográfico en conjunto con la teoría para identificarlos y caracterizarlos.

- Revisión de planes y programas de estudio de una universidad mexicana se delimitó en 3 niveles: (1) Ingeniería Mecatrónica, (2) Robótica Industrial y (3) Problema cinemático directo.
- Desarticulación matemática respecto al *uso de las nociones trigonométricas*, que desde la experiencia docente vinculamos a: (1) el estudiante no la identifica, (2) el estudiante la identifica pero no recuerda los algoritmos, y (3) el docente de Ingeniería da un repaso.

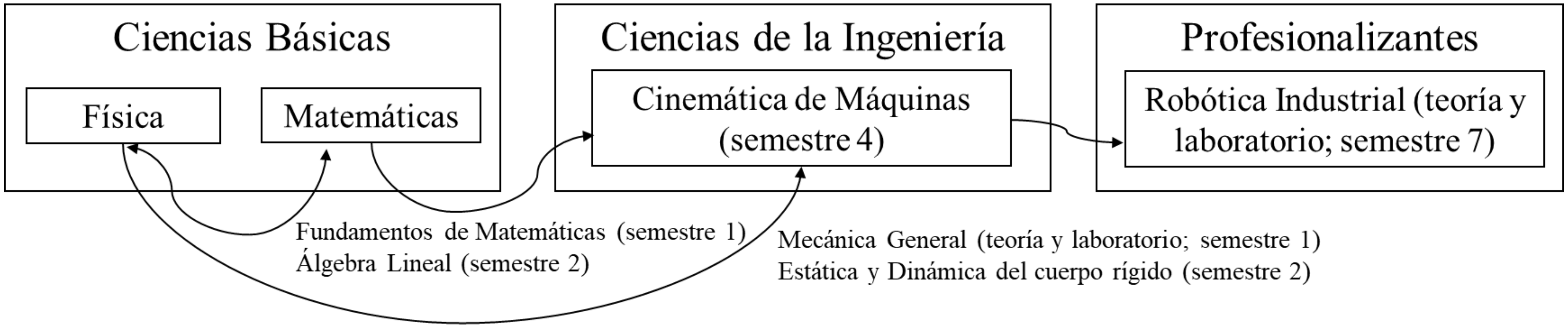


Figura 1. Sección de la organización curricular de Ingeniería Mecatrónica. Fuente: Construcción personal

1.1 Discurso Matemático Escolar (dME) de la TS

Atribuimos la **desarticulación matemática** identificada a la *limitación de usos y significados* que promueve el dME.

Revisión de la literatura en Didáctica de la Trigonometría en: secundaria, medio superior y superior.

Ausencia de elementos de construcción social.

Uso de la razón trigonométrica: *división de longitudes.*

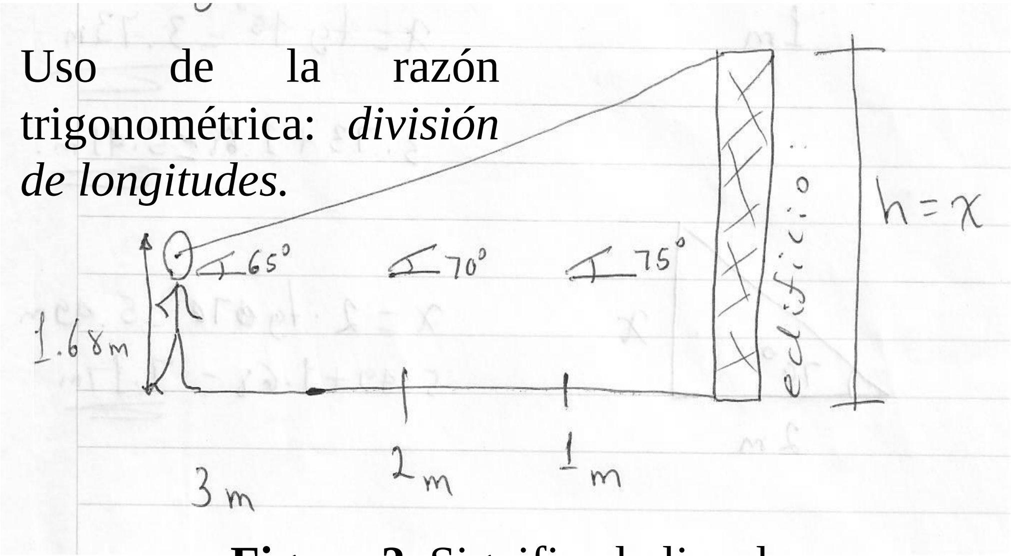


Figura 2. Significado lineal.
Fuente: adaptada de (*Jácome, 2011, p. 126*)

Estudio de los *usos culturalmente situados* del conocimiento matemático en las Ingenierías: (1) análisis histórico-epistemológico, (2) situaciones de aprendizaje y (3) quehacer en el aula.

Uso de la relación no proporcional: *medio ángulo-semicuerda* (Montiel, 2011).

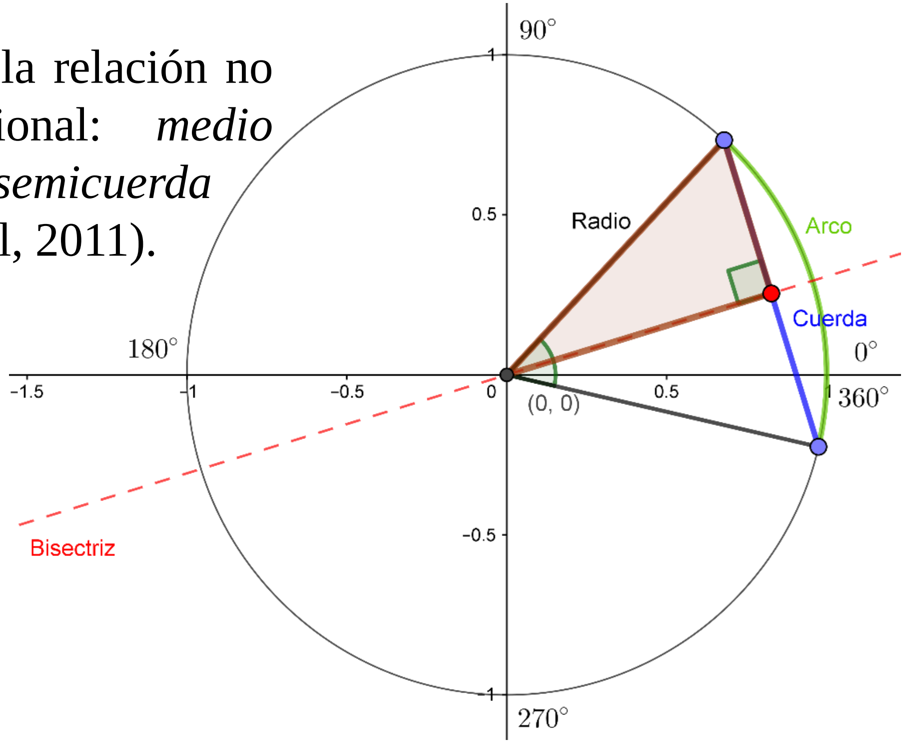


Figura 3. Significado de herramienta proporcional.
Fuente: construida a partir de (Montiel, 2011)

2. Estudio de los usos del conocimiento trigonométrico

Tres acercamientos:

1) Revisión bibliográfica de su didáctica y en revistas de Ingeniería.
2) Análisis documental a lo largo del currículo.
3) Análisis desde su contexto natural de producción.

Etapas del método etnográfico

Triangulación

Momento	Etapa	Fuente de datos
I. Recolección	1. Documentación del escenario 2. Planeación del trabajo de campo	• Observación no participante
II. Producción	3. Trabajo de campo	• Observación participante • Conversación
III. Análisis	4. Análisis descriptivo 5. Análisis cualitativo de la actividad matemática	• Método para configurar episodios • Estudio de casos • Matriz de análisis cualitativo

- Documentación
- Repaso de la matemática
- Problema cinemático directo

Tabla 1. Método etnográfico de la investigación. Fuente: construida con base en (*Geertz, 2006; Hammersley y Atkinson, 1994; Rodríguez-Gómez y Valldeoriola, 2012*)

2.1 Análisis cualitativo de la actividad matemática

Construcción de significado relativo a lo trigonométrico en la Ingeniería					
Elemento*		**Acciones (¿qué hacen?, ¿cómo lo hacen?)**			
Medición y proporcionalidad					
Procesos de construcción de referentes visuales					
Modelación para el paso de lo macro a lo micro					
Razonamientos					
Empírico/Métrico		Espacial		Geométrico	
Gráfico		Aritmético		Algebraico	
Covariacional		Cuantitativo		Analítico	
Usos del ángulo					
Cualidad		Relación		Cantidad	
Carácter:		Estático		Dinámico	
Análisis de la actividad matemática:					
Usos de las nociones trigonométricas: **Actividades (¿para qué lo hacen?)**:					

Análisis transversal

Tabla 2. Matriz de análisis cualitativo de la actividad matemática. Fuente: construida con base en (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015; Moore, 2014; Newcombe y Shipley, 2015; Rotaeche y Montiel, 2017; Scholz, 2014; Sierpinska, 2000; Vohns, 2006; Wai, Lubinski y Benbow, 2009).

*Nota: Elementos de construcción social de conocimiento trigonométrico.

3. Resultados

Participantes: 47 estudiantes (42 hombres y 5 mujeres), que tenían entre 21 a 24 años de edad, y un profesor de tiempo completo quien impartió ambas clases.

Análisis descriptivo

Contexto cultural (comportamiento e interacciones sociales):

- El quehacer en la Robótica es sintetizar aspectos del funcionamiento del cuerpo humano porque existen trabajos que lo ponen en peligro y por la eficiencia en los procesos.
- El profesor y los estudiantes explicaron el trabajo que hace el robot mediante tres aspectos esenciales: *el movimiento circular*, que se genera gracias a un par cinemático rotacional, *el desplazamiento* por un par prismático, y el *proceso de modelación matemática* que se da para modelar el paso de lo macro (robot) a lo micro (modelo).
- Cuando los estudiantes han tendido dudas se han apoyado con hombres, el 77% de los hombres y el 100% de las mujeres.

Contexto situacional (influencia del tiempo, el lugar y las condiciones donde se lleva a cabo la actividad matemática):

- Organización curricular de los temas asociados al problema cinemático directo.
- Calendario escolar.
- Dinámica del laboratorio y la teoría.
- En la construcción de referentes visuales *omitieron medir físicamente* por el tiempo que conlleva hacerlo y en su lugar construyeron diagramas cinemáticos en *bosquejo*.
- Movimiento corporal para explicar el movimiento del robot.
- Diferentes formas de hacer la *regla de la mano derecha*.

3. Resultados

Contexto de significación: da forma y sentido a la matemática en juego.

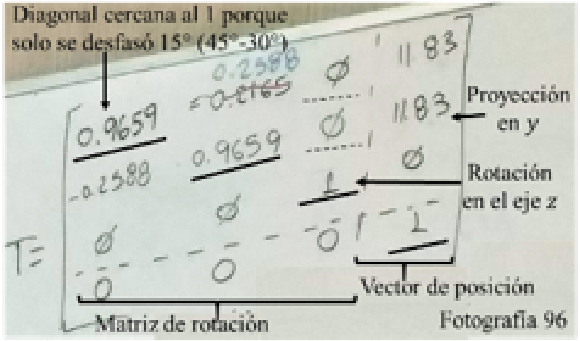
- La *construcción de referentes visuales* (triángulo, círculo y movimiento circular) es el contexto de significación para las nociones trigonométricas porque con ellos se *modeló el problema en el espacio*, dando el paso de lo macro (objeto real) a lo micro (modelo: diagrama) y se articularon más usos.

- De la construcción de referentes visuales en diagramas –bosquejo o a escala–, lo central fue el *movimiento circular* y la composición de varios de estos junto con los desplazamientos, su representación y matematización; donde el *triángulo rectángulo* –explícito o implícito– es una herramienta para determinar la posición, que al igual que los *sistemas de coordenadas* no se proporcionan ni tienen sus elementos asignados *a priori* tal como sucede en las Ciencias Básicas.

- El movimiento circular de un objeto (junta a aflojar, eslabón de un mecanismo o elemento del robot) se dio para estudiar por *casos particulares* (posiciones) *el giro del ángulo* con respecto a una *referencia* (cateto, distancia, longitud, ejes) con o sin utilizar el sistema cartesiano.

3. Resultados

Asignatura, tema o problema

Uso	Noción trigonométrica	Ejemplo
Aritmético Hace división de longitudes (catetos e hipotenusa) en bosquejos de triángulos rectángulos	Razones trigonométricas, con énfasis en las razones seno y coseno del ángulo	$Cos\ \theta = \frac{F_x}{F}$ $Sen\ \theta = \frac{F_y}{F}$
Algebraico Desarrolla y/o emplea ecuaciones con cantidades fijas y variables	Razones seno y coseno del ángulo Leyes de seno y coseno Tangente inversa del ángulo Identidades trigonométricas Matriz de rotación Matriz de cambio de coordenadas	Componentes rectangulares del vector fuerza: $F_x = F\ Cos\ \theta$ y $F_y = F\ Sen\ \theta$ Identidad del doble de un ángulo: $Sen\ (\theta_1 + \theta_2) = S\,\theta_1\,C\,\theta_2 + C\theta_1 S\theta_2$ Matriz de cambio de coordenadas en el plano cartesiano: $\begin{bmatrix} \text{Cos}\,\theta & -\text{Sen}\,\theta \\ \text{Sen}\,\theta & \text{Cos}\,\theta \end{bmatrix}$
Cuantitativo Reconoce la procedencia de la cantidad (ángulo y distancia) y/o identifica el tipo de matriz por su estructura (composición)	Valor de seno y coseno del ángulo Matrices de elementos de pares rotativos y prismáticos Matriz de transformación lineal homogénea	Matriz de transformación lineal homogénea en un sistema móvil  Fuente: Cuaderno de notas 10

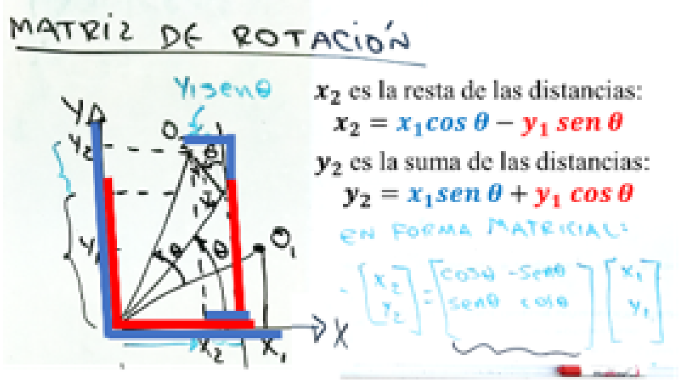
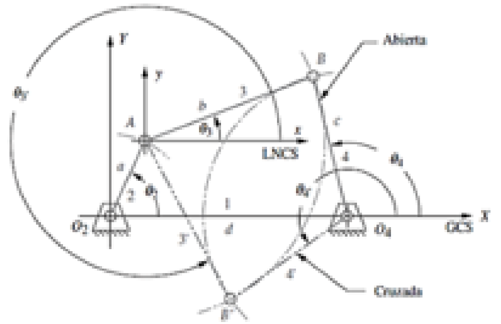
Fundamentos de Matemáticas En todos

Fundamentos de Matemáticas Álgebra Lineal En todos

Robótica Industrial (interpretación a la matemática)

Tabla 3. Síntesis de usos de las nociones trigonométricas. Fuente: construcción nuestra.

3. Resultados

Uso	Noción trigonométrica	Ejemplo	
Métrico Establece y/o emplea la relación cateto-cateto, distancia-distancia y eje-eje en un modelo (bosquejo o a escala) para calcular ángulos y distancias	Matriz de rotación Matriz de cambio de coordenadas	 Fuente: Cuaderno de notas 6	Robótica Industrial
Geométrico Construye modelos a escala de objetos que dan la solución al problema en casos particulares; e identifica en los modelos (a escala o bosquejos) figuras geométricas (triángulos, círculos, prismas, cilindros, esferas, entre otros) y sus propiedades	Relación ángulo-distancia	**Mecanismo de cuatro barras**  Fuente: Adaptado de (Norton, 2009: 38)	Cinemática de Máquinas Robótica Industrial

Continuación **Tabla 3**. Síntesis de usos de las nociones trigonométricas. Fuente: construcción nuestra.

4. Discusión y Conclusiones

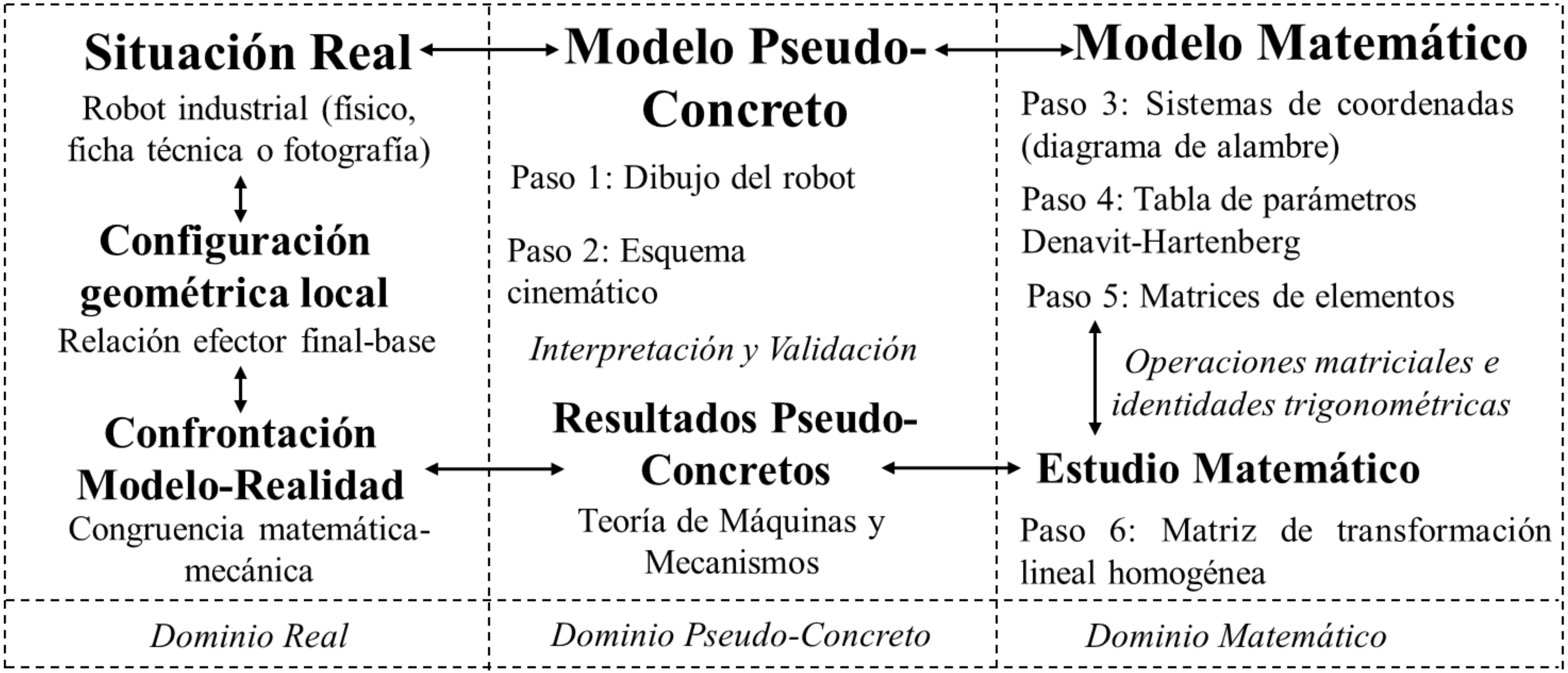


Figura 4. Proceso de modelación matemática del problema cinemático directo. Fuente: construida a partir de (*Rodríguez-Gallegos, 2010, p. 197*). Nota: *método de los seis pasos*, adaptación e interpretación del profesor (M. Herrera, comunicación personal, 22/10/2018) del artículo de Denavit y Hartenberg (1955).

4. Discusión y Conclusiones

- Se dieron los elementos de construcción social de conocimiento trigonométrico que señalan (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015): (1) medir y reflexionar sobre la proporcionalidad, (2) construir modelos (a escala o bosquejos), (3) modelar el paso de lo macro (objeto real) a lo micro (modelo) y (4) hacer relaciones del ‘ángulo–longitud en el triángulo o cuerda en el círculo’.
- Desarrollo de habilidades espaciales combinadas (razonamiento espacial).
- Acciones y argumentos del profesor y de los estudiantes aluden a la naturaleza trascendente de la *cantidad trigonométrica* (naturaleza no lineal), relacionados con su manejo en el círculo.
- El quehacer de la Robótica nos permitió identificar elementos para el rediseño del dME, con el cual se busca ampliar el significado del conocimiento trigonométrico en las asignaturas de Matemáticas de la Ingeniería y en niveles educativos previos, con sus respectivas adaptaciones de acuerdo al contexto situacional y cultural.

5. Referencias

Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepestemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *8*, 9-28.

Denavit, J. y Hartenberg, R. (1955). A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices. *Journal of applied mechanics*, *77*(2): 215-221.

Geertz, C. (2006). *La interpretación de las culturas*. Duodécima Edición. España: Gedisa.

Hammersley, M. y P. Atkinson (1994). *Etnografía. Métodos de Investigación*. Segunda Edición. Barcelona: Paidós.

Jácome, G. (2011). *Estudio socioepistemológico a las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo. Un acercamiento a los significados construidos por el profesor*. Tesis de maestría, México: Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional.

Montiel, G. (2011). *Construcción de conocimiento trigonométrico. Un estudio socioepistemológico*. México: Diaz de Santos.

Moore, K. (2014). Quantitative reasoning and the sine function: The case of Zac. *Journal for Research in Mathematics Education*, *45*(1), 102-138.

Newcombe, N. y Shipley, T. (2015). Thinking about spatial thinking: New typology, new assessments. En J. Gero (Ed.), *Studying visual and spatial reasoning for design creativity* (pp. 179–192). Dordrecht: Springer.

Rodríguez-Gallegos, R. (2010). Aprendizaje y enseñanza de la modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *13*(4-1), 191-210.

Rodríguez-Gómez, D. y Valldeoriola, J. (2012). *Metodología de la investigación*. España: Universitat Oberta de Cataluña.

Rotaeche, R. y Montiel, G. (2017). Aprendizaje del concepto escolar de ángulo en estudiantes mexicanos de nivel secundaria. *Educación Matemática*, *29*(1): 171-199. doi: 10.24844/EM2901.07

Scholz, O. (2014). *Construcción de significados para lo trigonométrico en el contexto geométrico del círculo*. Tesis de maestría, México: Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional. doi: 10.13140/RG.2.2.34414.10568

Sierpinska, A. (2000). On Some Aspects of Students' Thinking in Linear Algebra. En J. Dorier (Ed.), *On the Teaching of Linear Algebra* (pp. 209-246). Dordrecht: Springer.

Vohns, A. (2006). Reconstructing basic ideas in geometry—an empirical approach. *ZDM*, 38(6): 498-504. https://doi.org/10.1007/BF02652787

Wai, J., Lubinski, D. y Benbow, C. (2009). Spatial ability for STEM domains: Aligning over 50 years of cumulative psychological knowledge solidifies its importance. *Journal of Educational Psychology*, 101(4): 817-835.

ECORFAN®